

理数の窓

2023年度 第4号 11月20日発行

担当教員

1年：池田・勝部・竹尾・平松富・横山

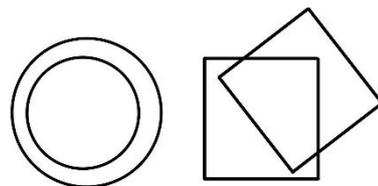
2年：足立・大音・河村・杉原・田淵

3年：石井・泉・杉本・田邊・依田

※ 相談事などあれば気軽に話に来てください。

今年の夏は非常に暑かったのですが、11月下旬になり、かなり寒くなりましたね。外を歩くときは、風が強い日も多いので、どうしても下を見がちになってしまうのですが、そんなときに目にするのが飛んでいく落ち葉のみならず、マンホールなんてことはないでしょうか。実際、観光の一部として、非常にきれいなデザインをしたマンホールもありますよね。では、そんなマンホールにちなんで、数学的な問題を出題したいと思います。

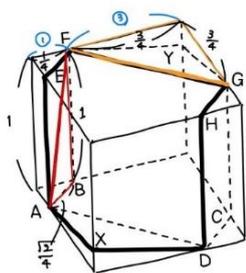
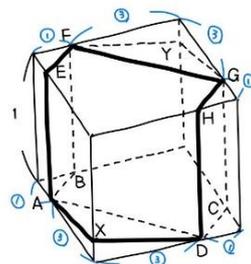
はじめに、なぜマンホールのふたは丸いのでしょうか。これは少し前にも有名になった問題ですが、その理由は、ふたがマンホールの中に落ちてしまわないためです。ちなみに、正方形のふたと対角線が一边の長さより長いので、斜めになったときに落ちてしまいます。さらに、もとの正方形に対して、一边の長さが $\sqrt{2}$ 倍よりも小さい正方形なら通すことができるのが分かります。では、次の問題について考えてみてください。



立方体に開けた穴に、その立方体よりも大きな立方体を通すことができるか？

この問題を提示したプリンス・ルパート・オブ・ザ・ラインにちなんで、「ルパート公の問題」と呼ばれているそうです。先ほどの正方形を例に、可能かどうかを検証してみましょう。つまり、もとの立方体に対して、その一边の長さよりも長い正方形の穴をくりぬけることができれば良いということです。

では、見事に解いて見せたオランダの数学者ピーター・ニューランドの答えを見てみましょう。もとの立方体の一辺の長さを1として、図のように、各辺を1:3に分けるような4つの点F,A,D,Gをとると、四角形FADGは正方形になります。そのことを確かめるために、三平方の定理を用いて、辺FGと辺FAの長さを計算すると、



$$FG = \frac{3}{4} \times \sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$FA = \sqrt{1^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{5}{4}$$

$FG=FA=3\sqrt{2}/4$ となり、四角形 FADG は一边の長さが1より長い正方形なので、この方向で、もとの立方体よりも少し大きな立方体を通せるということです。

今回紹介したように、身近なものから問いが生まれ、シンプルなのに、かなり考え込んでしまうような問題も、基本的な数学の知識で解決できることがあるわけです。みなさんも、ぜひ、様々な本に触れて、教科書とは少し切り口の違う数学の面白い問題を探してみてください！

参考：『直感を裏切る数学 「思い込み」にだまされない数学的思考法』神永正博（著）

